Comportamiento dinámico en un duopolio de Cournot con responsabilidad social

Joaquín Andaluz[1], A.A. Elsadany[2], Gloria Jarne[1]

1. Departamento de Análisis Económico. IEDIS Universidad de Zaragoza.
2. Department of Basic Science. Faculty of Computers and Informatics, Ismailia. Suez Canal University, Egypt.

Comportamiento dinámico en un duopolio de Cournot con responsabilidad social

1. Introducción
2. El modelo
3. Análisis estático
4. Análisis dinámico en tiempo discreto
   a) Expectativas homogéneas:
      - Expectativas adaptativas
      - Regla del gradiente
   b) Expectativas heterogéneas:
      - Aproximación Local Monopolista y regla del gradiente
5. Conclusiones y extensiones

Introducción

Responsabilidad Social Corporativa (RSC): importancia y tratamiento en la literatura.

1. Modo de auto regulación que representa intereses de diferentes partes relacionadas con la empresa e incluye objetivos éticos, sociales y medioambientales.
2. Estudios empíricos ⟶ Beneficios de incluir objetivos de responsabilidad social:
   - Mejora la reputación de la empresa y la imagen de marca.
   - Atrae y mantiene a los mejores empleados.
   - Es un vehículo para la innovación en tecnologías más eficientes.
3. Estudios teóricos ⟶ Se revela como una herramienta estratégica:
   - Mejora la ventaja competitiva.
   - Aumenta la cuota de mercado.
   - Proporciona mayores beneficios.

Introducción

4. Limitación: La mayoría de los estudios teóricos se realizan en un contexto estático y en condiciones de racionalidad.
   - Las empresas toman sus decisiones en condiciones de racionalidad limitada (Okuguchi, 1976)
   - El análisis dinámico puede ofrecer importantes resultados en la Organización Industrial (Cabral, 2012)

Objetivos del trabajo:

- Ofrecer resultados en el estudio dinámico de la competencia entre empresas con RSC.
- Deducir los efectos que la RSC puede tener sobre las propiedades dinámicas del equilibrio.

Modelo

Duopolio con producto homogéneo

- Función de demanda iso-elástica: $p(Q) = Q^{-1/\eta}$; $\eta > 1$ (elasticidad), $Q = q_{PM} + q_{RS}$

- Funciones de costes: $C(q_j) = cq_j$; $c > 0$, $j = PM, RS$.

- Funciones objetivo:

$$\prod_{PM}(q_{PM}, q_{RS}) = (p - c)\, q_{PM} = \left(Q^{-1/\eta} - c\right) q_{PM}$$

$$V_{RS}(q_{PM}, q_{RS}) = \prod_{RS}(q_{PM}, q_{RS}) + \theta\, CS(q_{PM}, q_{RS}) = \left(Q^{-1/\eta} - c\right) q_{RS} + \theta\, \frac{Q^{\frac{-1}{\eta}+1}}{\eta - 1}, \quad \theta \in [0,1]$$

Análisis estático

Maximización de las funciones objetivo vía cantidades

Condiciones de primer y segundo orden de máximo:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial \Pi_{PM}}{\partial q_{PM}} = 0 \Leftrightarrow Q^{-1/\eta} - \frac{q_{PM}}{\eta} Q^{-(1+\eta)/\eta} = 0 \\ &\frac{\partial^2 \Pi_{PM}}{\partial q_{PM}{}^2} = -\frac{Q^{-(1+2\eta)/\eta}}{\eta}\left[2q_{RS} + \left(1 - \frac{1}{\eta}\right) q_{PM}\right] < 0 \end{aligned}\right\} \text{Empresa } PM$$

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial V_{RS}}{\partial q_{RS}} = 0 \Leftrightarrow Q^{-1/\eta} - \frac{q_{RS}}{\eta} Q^{-(1+\eta)/\eta} + \theta \frac{Q^{-1/\eta}}{\eta} - c = 0 \\ &\frac{\partial^2 V_{RS}}{\partial q_{RS}{}^2} = -\frac{Q^{-(1+2\eta)/\eta}}{\eta}\left[\left(2 + \frac{\theta}{\eta}\right) q_{PM} + \left(1 - \frac{1-\theta}{\eta}\right) q_{RS}\right] < 0 \end{aligned}\right\} \text{Empresa } RS$$

Análisis estático

Equilibrio de Cournot-Nash:

$$E^* = \left(q^*_{PM}, q^*_{RS}\right) = \left(\frac{1-\theta}{2^{1+\eta}}\left(\frac{2\eta+\theta-1}{c\eta}\right)^{\eta}, \frac{1+\theta}{2^{1+\eta}}\left(\frac{2\eta+\theta-1}{c\eta}\right)^{\eta}\right) = \left(\frac{1-\theta}{2}Q^*, \frac{1+\theta}{2}Q^*\right)$$

$$Q^* = \left(\frac{2\eta+\theta-1}{2\eta c}\right)^{\eta}; \qquad p^*(\eta,\theta,c) = \frac{2\eta c}{2\eta+\theta-1}$$

Valor óptimo de las funciones objetivo:

$$\Pi^*_{PM}(\eta,\theta,c) = \left(\frac{2\eta+\theta-1}{\eta c}\right)^{\eta-1} \frac{(1-\theta)^2}{2^{\eta+1}\eta}$$

$$V^*_{RS}(\eta,\theta,c) = \left(\frac{2\eta+\theta-1}{\eta c}\right)^{\eta-1} \frac{(1-\theta^2)(\eta-1)+4\eta\theta}{2^{\eta+1}\eta(\eta-1)}$$

Análisis estático

Estática comparativa. Efectos de la responsabilidad social θ

- Disminuye el precio y aumenta la cantidad total

$$\begin{cases} \dfrac{\partial p^*}{\partial \theta} < 0 \\ \dfrac{\partial Q^*}{\partial \theta} > 0 \end{cases}$$

- Una mayor RSC incrementa la demanda de la empresa *RS* y reduce la demanda de la empresa *PM*:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial q^*_{RS}}{\partial \theta} > 0 \\ \dfrac{\partial q^*_{PM}}{\partial \theta} < 0 \end{cases}$$

- Beneficia a la empresa *RS* y reduce el beneficio de la empresa *PM*:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial V^*_{RS}}{\partial \theta} > 0 \\ \dfrac{\partial \Pi^*_{PM}}{\partial \theta} < 0 \end{cases}$$

Análisis dinámico

El proceso dinámico depende de dos factores:

- La escala de tiempo considerada: tiempo discreto
- El modo en el que las empresas deciden la cantidad ofrecida: Expectativas

1. Expectativas basadas en las funciones de mejor respuesta:

$$q_{i,t+1} = \arg\max_{q_{i,t}} U_{i,t+1}\left(q_{i,t}; q^{e}_{-i,t+1}\right) \rightarrow q_{i,t+1} = R_i\left(q^{e}_{-i,t+1}\right)$$

función de mejor respuesta de la empresa *i*

1.1. Expectativas Naïve (de Cournot):

$$q^{e}_{j,t+1} = q_{j,t} \Rightarrow q_{i,t+1} = R_i(q_{j,t}), \quad i \neq j$$

1.2. Expectativas adaptativas:

$$q_{i,t+1} - q_{i,t} = \beta_i\left(R_i(q_{j,t}) - q_{i,t}\right) \Leftrightarrow q_{i,t+1} = (1-\beta_i)\,q_{i,t} + \beta_i\,R_i(q_{j,t}), \quad 0 \leq \beta_i \leq 1, \quad i \neq j$$

Esquemas de expectativas

2. Regla del gradiente:

$$q_{i,t+1} = q_{i,t} + \alpha_i(q_{i,t})\,\frac{\partial U_{i,t}}{\partial q_{i,t}}, \quad i = PM, RS; \qquad \alpha_i(q_{i,t}) = \alpha_i\, q_{i,t},\ \text{con } \alpha_i > 0$$

3. Aproximación Monopolista Local (LMA):

$$p^{e}_{t+1} = p_t + \frac{\partial f\left(Q_t\right)}{\partial q_{i,t}}\left(q_{i,t+1} - q_{i,t}\right); \quad i = PM, RS$$

Expectativas homogéneas

1. Expectativas adaptativas

Sistema dinámico:

$$T_A : \begin{cases} q_{PM,t+1} = (1-\beta_{PM})\, q_{PM,t} + \beta_{PM} R_{PM}\left(q_{RS,t}\right) \\ q_{RS,t+1} = (1-\beta_{RS})\, q_{RS,t} + \beta_{RS} R_{RS}\left(q_{PM,t}\right) \end{cases}$$

Punto fijo: Equilibrio de Cournot-Nash *E**

Proposición 1:

Si ambas empresas ajustan las cantidades de acuerdo con un esquema de expectativas adaptativas, el equilibrio de Cournot-Nash es asintóticamente estable

2. Regla del gradiente

Sistema dinámico:

$$T_G : \begin{cases} q_{PM,t+1} = q_{PM,t} + \alpha_{PM}\, q_{PM,t} \left(Q_t^{-1/\eta} - \dfrac{q_{PM,t}}{\eta} Q_t^{-(1+\eta)/\eta} - c \right) \\ q_{RS,t+1} = q_{RS,t} + \alpha_{RS}\, q_{RS,t} \left(Q_t^{-1/\eta} \left(1 + \dfrac{\theta}{\eta}\right) - \dfrac{q_{RS,t}}{\eta} Q_t^{-(1+\eta)/\eta} - c \right) \end{cases}$$

$$\alpha_{PM} = \alpha_{PM}$$

Puntos fijos: $E_1 = \left(\left(\dfrac{\eta - 1}{c\eta} \right)^{\eta}, 0 \right), E_2 = \left(0, \left(\dfrac{\eta - 1 + \theta}{c\eta} \right)^{\eta} \right), \ E_3 = E^*$

Expectativas homogéneas

Proposición 2:

Si ambas empresas ajustan las cantidades de acuerdo con la Regla del Gradiente, el equilibrio de Cournot-Nash es asintóticamente estable si:

$$\alpha < \alpha_G(\eta, c) = \frac{2\eta}{c}$$

El equilibrio de Cournot-Nash es más estable cuanto más elástica es la demanda y menor es el coste marginal:

$$\frac{\partial \alpha_G(\eta, c)}{\partial \eta} > 0; \qquad \frac{\partial \alpha_G(\eta, c)}{\partial c} < 0$$

Expectativas homogéneas

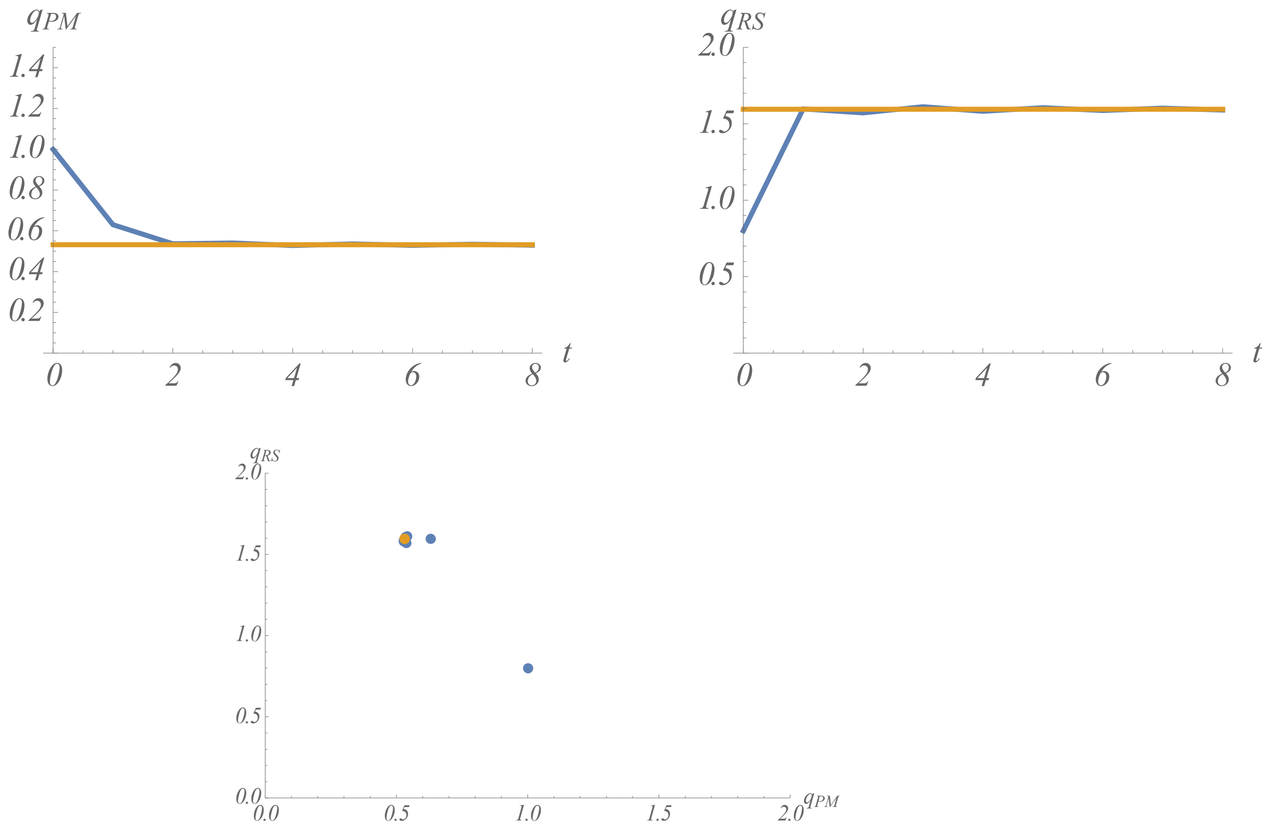

Figura 1. Atractor (amarillo): Equilibrio de Nash *E** para $\eta = 2, \theta = 0.5, c = 0.6, \ \alpha = 6$

Condiciones iniciales: $q_{PM,0} = 1$, $q_{RS,0} = 0.8$

Expectativas homogéneas

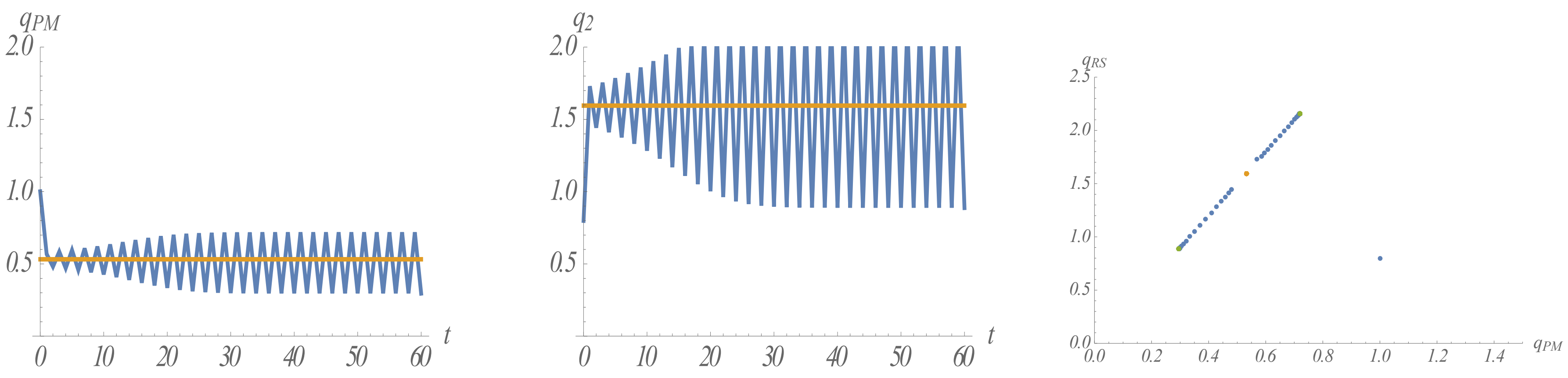

Figura 2. Atractor (verde): 2 ciclo. Para $\eta = 2, \theta = 0.5, c = 0.6, \ \alpha = 7$

Condiciones iniciales: $q_{PM,0} = 1$, $q_{RS,0} = 0,8$

Expectativas homogéneas

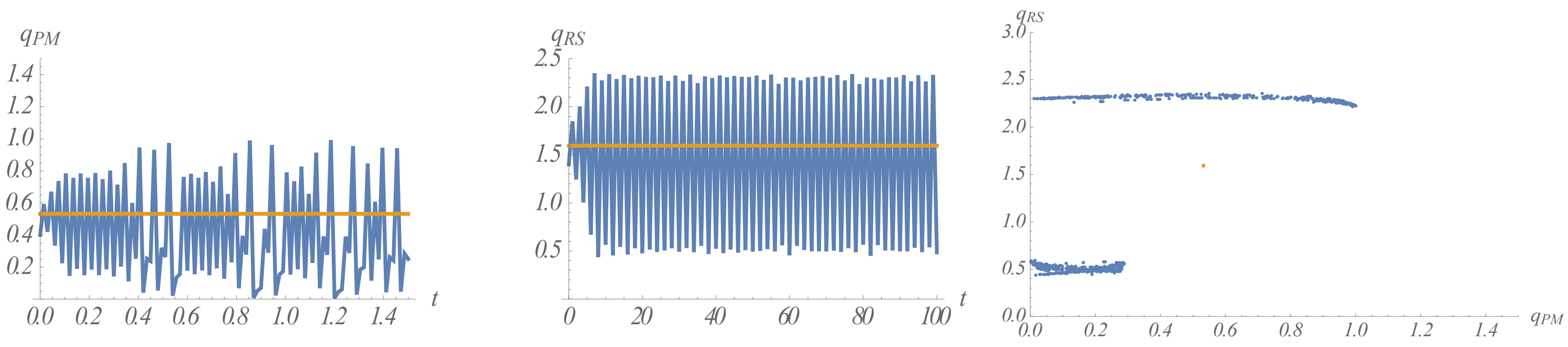

Figura 3. Atractor extraño. Para $\eta = 2, \theta = 0.5, c = 0.6, \ \alpha = 7.7$

Condiciones iniciales: $q_{PM,0}$ = 0.4, $q_{RS,0}$ = 1.4

Expectativas heterogéneas

LMA - Regla del gradiente

Sistema dinámico

$$T_{HT}:\begin{cases} q_{PM,t+1}=\dfrac{\eta Q_t\left(1-c\,Q_t^{1/\eta}\right)+q_{PM,t}}{2} \\ q_{RS,t+1}=q_{RS,t}+\alpha_{RS}\,q_{RS,t}\left(Q_t^{-1/\eta}\left(1+\dfrac{\theta}{\eta}\right)-\dfrac{q_{RS,t}}{\eta}Q_t^{-(1+\eta)/\eta}-c\right)\end{cases}$$

Puntos fijos: $E_1=\left(\left(\dfrac{\eta-1}{c\eta}\right)^{\eta},0\right)$, **Equilibrio de Cournot-Nash,** ***E****

Proposición 3:

Suponiendo que la empresa PM sigue un esquema de expectativas LMA y la empresa RS adopta la regla del gradiente, el equilibrio de Cournot-Nash es asintóticamente localmente estable si:

$$\alpha<\alpha_{HT}(\eta,\theta,c)=\frac{(2\eta+\theta-1)\big(4\eta+(1+\eta)(1-\theta)\big)}{c(1+\theta)\big(2\eta+(2\eta-1)(1-\theta)\big)}$$

$$\frac{\partial \alpha_{HT}}{\partial \eta}(\eta,\theta,c)=\frac{2\left[4\eta+(1+\eta)(1-\theta)\right](1-\theta)^2+(2\eta+\theta-1)(5-\theta)\left[2\eta+(2\eta-1)(1-\theta)\right]}{c(1+\theta)\left[2\eta+(2\eta-1)(1-\theta)\right]^2}>0$$

$$\frac{\partial \alpha_{HT}}{\partial \theta}(\eta,\theta,c)=-\frac{2(\eta-1)\left[2\left(7-10\theta+\theta^2\right)\eta^2+2\left(1-\theta^2\right)\eta-(1-\theta)^2\right]}{c(1+\theta)^2\left[2\eta+(2\eta-1)(1-\theta)\right]^2}\ \gtrless 0$$

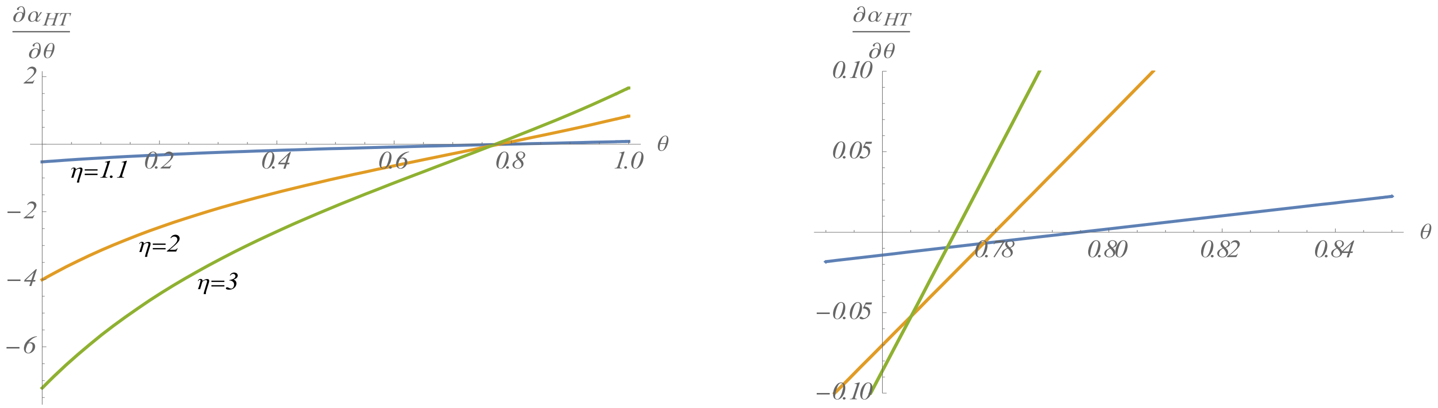

Figura 4. $\frac{\partial \alpha_{HT}}{\partial \theta}(\eta,\theta,0.6)$ para $\eta=1.1, \eta=2$ and $\eta=3$

Conclusiones y extensiones

Conclusiones

- El **análisis estático** ha permitido deducir lo siguiente:
  - ✓ El efecto competitivo de la RSC, ya que da lugar a un menor precio de mercado.
  - ✓ La empresa RS captura una mayor cuota de mercado y un mayor valor de su función objetivo.
- Del **análisis dinámico** se deducen los siguientes resultados:
  - ✓ La estabilidad del equilibrio depende del tipo de expectativas de las empresas.
  - ✓ El equilibrio puede ser inestable cuando, al menos una de las empresas tome sus decisiones de acuerdo con la regla del gradiente.
  - ✓ Si ambas empresas adoptan la regla del gradiente, la RSC no influye en la estabilidad del equilibrio. Una mayor elasticidad de la demanda ejerce un papel estabilizador del equilibrio.
  - ✓ En un contexto de expectativas heterogéneas, el efecto estabilizador de la RSC es mayor cuanto más elástica es la función de demanda.

Extensiones

- Desarrollar el análisis en presencia de producto diferenciado.
- Analizar el efecto de la RSC sobre la dinámica en un marco de delegación estratégica.

MUCHAS GRACIAS POR SU ATENCIÓN